

Lista nr 4 z Robotyki 1

1. Dla prędkości kątowej ω oraz macierzy obrotu R udowodnić zależność

$$R[\omega]R^T = [R\omega] \quad (1)$$

2. Prędkość obrotową w przestrzeni/ciele definiujemy jako

$$\Omega_S = [\omega_S] = \dot{R}R^T, \quad \Omega_B = [\omega_B] = R^T\dot{R}.$$

Pokazać, że zachodzą związki

$$\Omega_B = R^T\Omega_S R, \quad \Omega_S = R\Omega_B R^T.$$

3. Korzystając z wyniku poprzedniego zadania oraz z zależności (1) pokazać, że

$$\omega_S = R\omega_B.$$

4. Skrętnik z układu ciała V_B może być przekształcony do skrętnika w układzie przestrzeni V_S za pomocą transformacji

$$V_S = \begin{bmatrix} R & [T]R \\ 0 & R \end{bmatrix} V_B.$$

Wyliczyć, jak transformuje się skrętnik z układu przestrzeni do układu ciała.

5. Wyliczyć skrętniki w ciele V_B i w przestrzeni V_S , zdefiniowane jak niżej

$$V_B = \begin{pmatrix} R^T\dot{T} \\ \omega_B \end{pmatrix}, \quad V_S = \begin{pmatrix} [T]\omega_S + \dot{T} \\ \omega_S \end{pmatrix}$$

dla następujących ruchów:

- czystej rotacji

$$\begin{bmatrix} R(t) & T(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{rot}(z, \alpha(t)) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha(t) = -3t$$

- czystej translacji

$$\begin{bmatrix} R(t) & T(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & [1, 3t, -t^2]^T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

- połączenia powyższych ruchów

$$\begin{bmatrix} R(t) & T(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{rot}(z, \alpha(t)) & [1, 3t, -t^2]^T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha(t) = -3t$$

6. Dla manipulatora planarnego znane jest przekształcenie układu $X_0Y_0Z_0$ w układ $X_1Y_1Z_1$

$$\begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Zakładając, że porusza się tylko ramię nr 2 ($q_1 = \text{const}$, $q_2 = q_2(t)$), wyliczyć skrętniki w przestrzeni i w ciele dla efektora tego manipulatora (efektor znajduje się w układzie 1).

7. Powtórzyć wyliczenia z poprzedniego zadania, przy założeniu, że poruszają się obydwa ramiona manipulatora ($q_1(t)$, $q_2(t)$).

8. Niech transformacja pomiędzy dowolnymi dwoma układami będzie opisana jako

$$A_0^1 = \text{Rot}\left(x, \frac{\pi}{2}\right) \text{Trans}(z, a) \text{Rot}\left(y, -\frac{\pi}{2}\right) \text{Trans}(x, b).$$

Narysować kolejne układy współrzędnych, odpowiadające poszczególnym transformacjom, tak czytelnie, jak tylko się da. Kolejne transformacje wykonywać względem układów bieżących.