Lista nr 9 z Robotyki 1

Przypomnienie:

- Nawias Liego pól wektorowych f i g z wektorem konfiguracji q

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial q} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial q} \cdot g$$

- Dystrybucja $D_0 = span_{C^\infty} \{g_1(q), g_2(q), \ldots, g_m(q)\}$ rozpięta przez pola wektorowe pochodzące z układu bezdryfowego $\dot{q} = \sum_{i=1}^{m} g_i(q)u_i$.
- Mała flaga – ciąg dystrybucji $D_{i+1} = D_i + [D_0, D_i], \quad i = 0, \ldots$.
- Stopień nieholonomiczności dystrybucji D_0 w punkcie q – minimalna wartość indeksu p, dla której $r_p(q) = n$, gdzie n to wymiar przestrzeni konfiguracyjnej, zaś $r_i(q)$ to wymiar dystrybucji D_i w konfiguracji q.

Dla bezdryfowych układów sterowania (a)-(f) podanych poniżej należy:

1. podać, ile wynoszą: n – wymiar przestrzeni konfiguracyjnej, l – liczba ograniczeń nieholonomicznych, m – liczba generatorów układu bezdryfowego.
2. policzyć $D_0(q), D_1(q), D_2(q), \ldots$.
3. policzyć $r_0(q), r_1(q), r_2(q), \ldots$.
4. określić wektor wzrostu oraz stopień nieholonomiczności w konfiguracji q.
5. sprawdzić, czy ograniczenia Pfaffa $A(q)\dot{q} = 0$, z których wygenerowano bezdryfowy układ sterowania, są w pełni nieholonomiczne.

Układy, które należy zbadać:

(a) monocykl bez poślizgu poprzecznego i wzdłużnego, $q = (x, y, \theta, \phi_1, \phi_2)^T$
$g_1 = (\cos\theta, \sin\theta, \frac{1}{L}, \frac{2}{r}, 0)^T$, $g_2 = (\cos\theta, \sin\theta, -\frac{1}{L}, 0, \frac{2}{r})^T$

(b) koło bez poślizgu poprzecznego i wzdłużnego, $q = (x, y, \theta, \phi)^T$
$g_1 = (\cos\theta, \sin\theta, 0, 1)^T$, $g_2 = (0, 0, 1, 0)^T$

(c) samochód kinematyczny, $q = (x, y, \theta, \phi)^T$
$g_1 = (L\cos\theta\cos\phi, L\sin\theta\cos\phi, \sin\phi, 0)^T$, $g_2 = (0, 0, 0, 1)^T$

(d) układ nilpotentny, $q = (q_1, q_2, q_3)^T$
$g_1 = (1, 0, q_2)^T$, $g_2 = (0, 1, 0)^T$

(e) układ liniowy, $q = (q_1, q_2, q_3)^T$
$g_1 = (1, 0, -1)^T$, $g_2 = (0, 1, 0)^T$

(f) integrator Brocketta, $q = (q_1, q_2, q_3)^T$
$g_1 = (1, 0, -q_2)^T$, $g_2 = (0, 1, q_1)^T$